

# Cisalhamento: cálculo da armadura transversal

---

PROF<sup>a</sup> MSC PATRÍCIA ANDRADE

# Cisalhamento

---

A forma da seção

Variação da forma da seção ao longo da peça

Esbeltez da peça  $\left(\frac{l}{d} \geq 2\right)$

Disposição das armaduras transversais e longitudinais

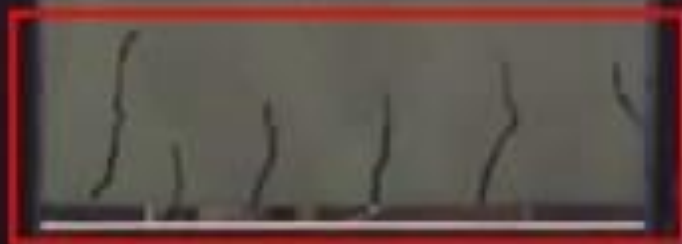
Aderência

Entre outras

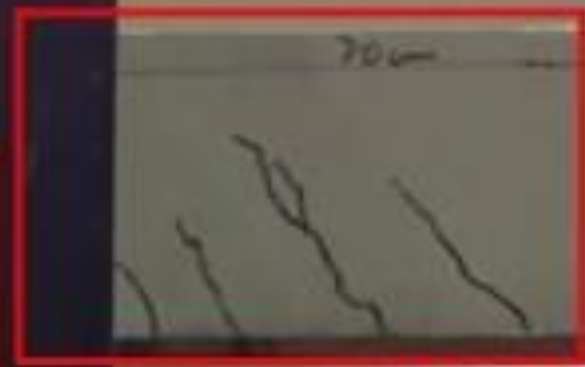




Fissuras de cisalhamento



Fissuras de tração



Fissuras de cisalhamento

LMR

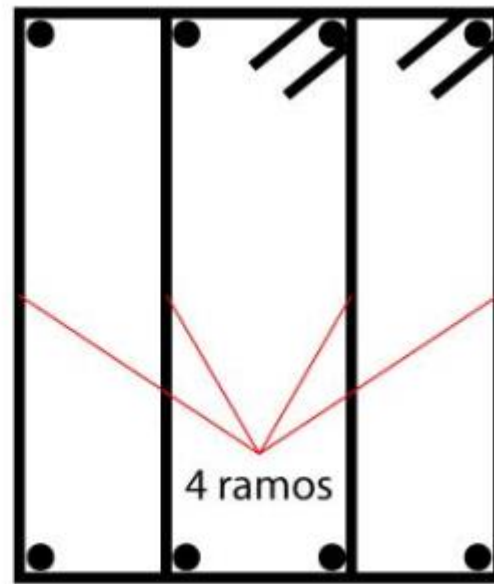
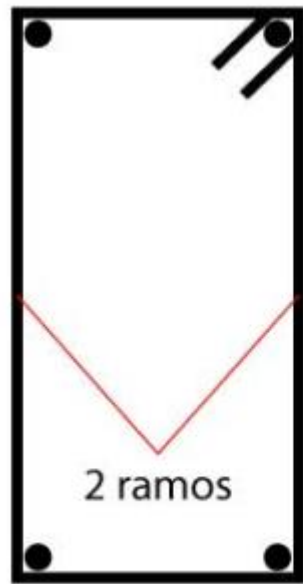
# Estribos

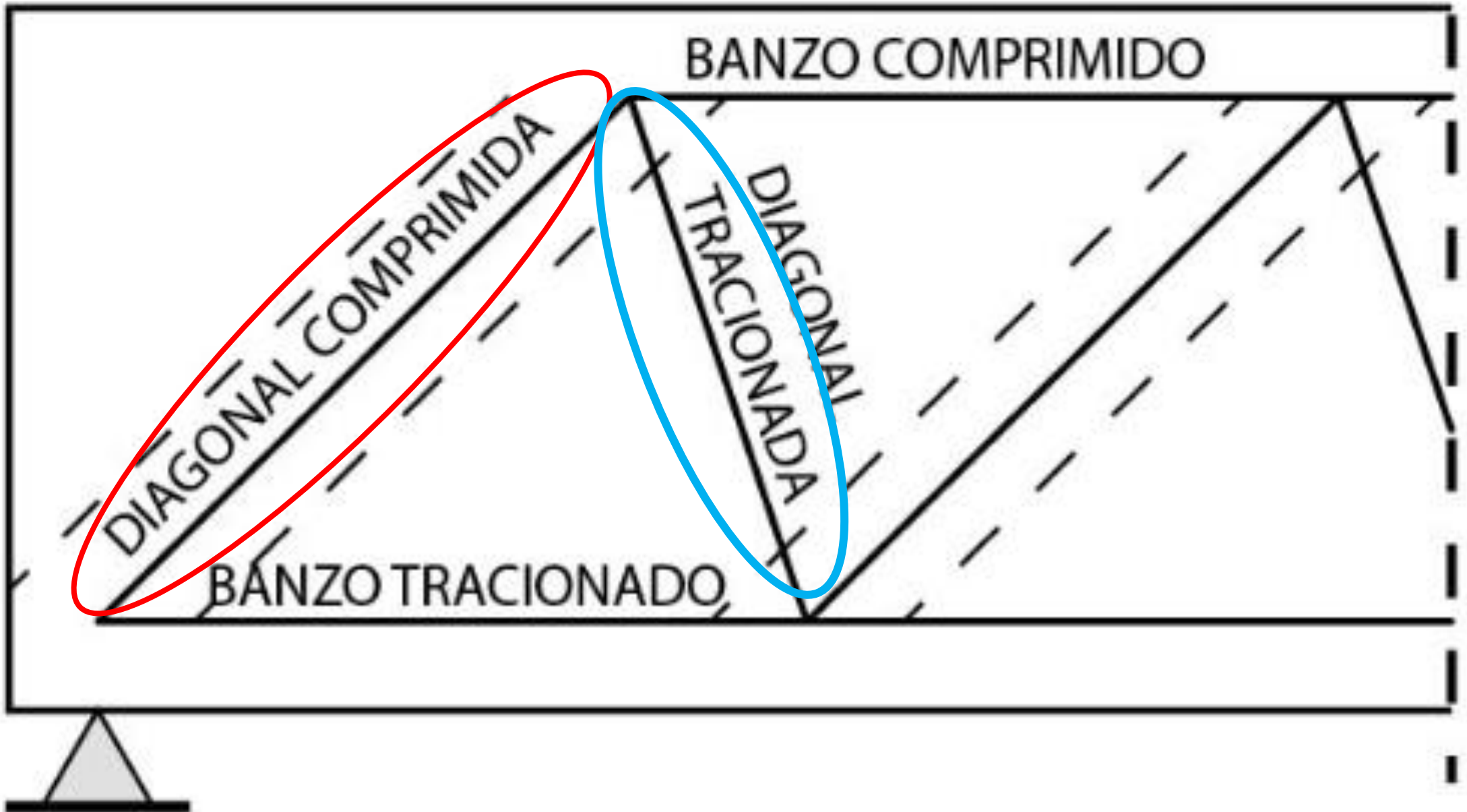
---

$A_{sw}$









# Roteiro de cálculo – modelo I

## 1. Determinar o cortante de projeto

$$V_{sd} = \gamma_c * V_{sk}$$

Para carregamento uniformemente distribuído:

$$V_{sd} = \gamma_c * \frac{q * l}{2}$$

carregamento uniformemente distribuído

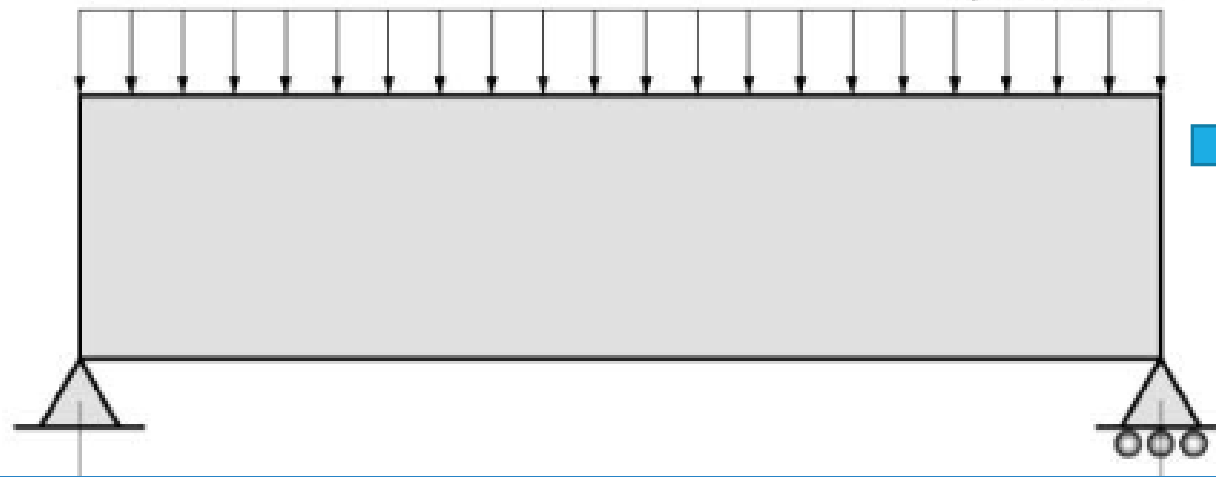
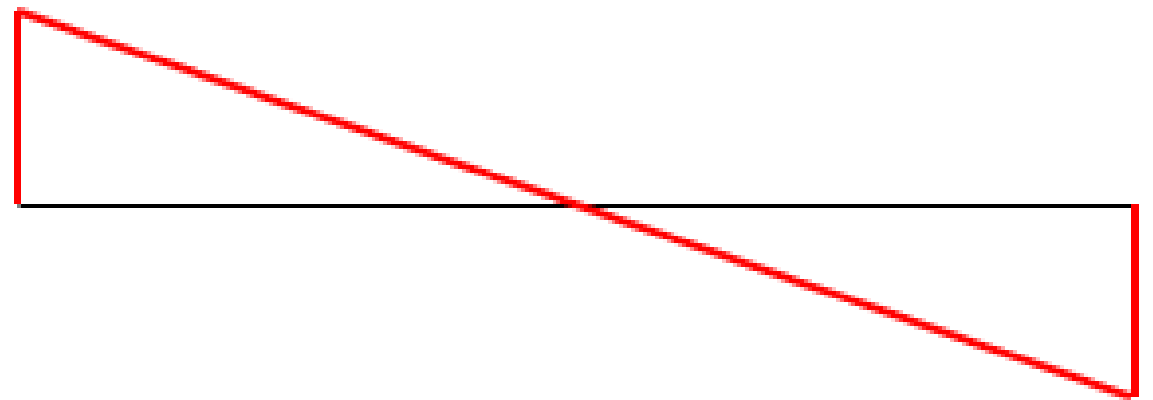


Diagrama de esforço cortante para uma viga com carregamento uniformemente distribuído



# Roteiro de cálculo – modelo I

2. verificar se a biela comprimida de concreto será esmagada

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \text{ (fck em MPa)}$$

$$f_{cd} = f_{ck}/1,4$$

Se  $V_{Rd2} > V_{sd}$

→ A biela comprimida não será esmagada devido ao esforço cortante

Se  $V_{Rd2} < V_{sd}$

→ A biela comprimida será esmagada devido ao esforço cortante, sendo necessário, neste caso, redimensionar a viga



# Roteiro de cálculo – modelo I

---

## 3. Determinar a parcela do cortante que será absorvida pelo concreto

$$V_c = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d$$

$f_{ctd}$  resistência à tração de projeto

$$f_{ctd} = 0,15 * f_{ck}^{2/3}$$

$f_{ck}$  é a resistência à compressão característica do concreto em MPa

$V_c$  é a parcela do esforço cortante que será absorvida pelo concreto

$d$  é a altura útil da viga

# Roteiro de cálculo – modelo I

---

## 4. Parcela do cortante que deve ser absorvido pelo estribo

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

$V_{sw}$  Parcela do cortante que deve ser absorvido pelo estribo

→  $V_{sw} \leq 0$  → o concreto sozinho resiste ao cortante, sendo necessário estribo só para montagem da viga utilizando a área de aço mínima para estribo

→  $V_{sw} > 0$  → o concreto sozinho não resiste ao cortante, sendo necessário uso de estribo com função estrutural

# Roteiro de cálculo – modelo I

---

## 5. Determinação da área de aço do estribo

$$A_{sw} = \frac{111 * V_{sw}}{d * f_{ywd}}$$

$V_{sw}$  Parcela do cortante que deve ser absorvido pelo estribo

$d$  altura útil da viga

$A_{sw}$  área de aço de dois ramos de um estribo simples

Aços usados como estribos

→ CA60 →  $f_y = 60 \text{ kN/cm}^2$  ou 600 MPa

→ CA50 →  $f_y = 50 \text{ kN/cm}^2$  ou 500 MPa

$$f_{ywd} = f_y / 1,15$$

A norma restringe esse valor  $f_{ywd} = 435 \text{ MPa}$  ou  $43,5 \text{ kN/cm}^2$

# Roteiro de cálculo – modelo I

## 6. escolha do diâmetro e espaçamento do estribo

Menor espaçamento entre estribos ( $s$ ) = 7,5 cm

No entanto, por questões de execução, é sempre melhor usar espaçamentos iguais ou superiores a 10 cm

Espaçamento máximo entre estribos ( $s$ ) = 30 cm

Número de estribos ao longo da viga =  $L/s$

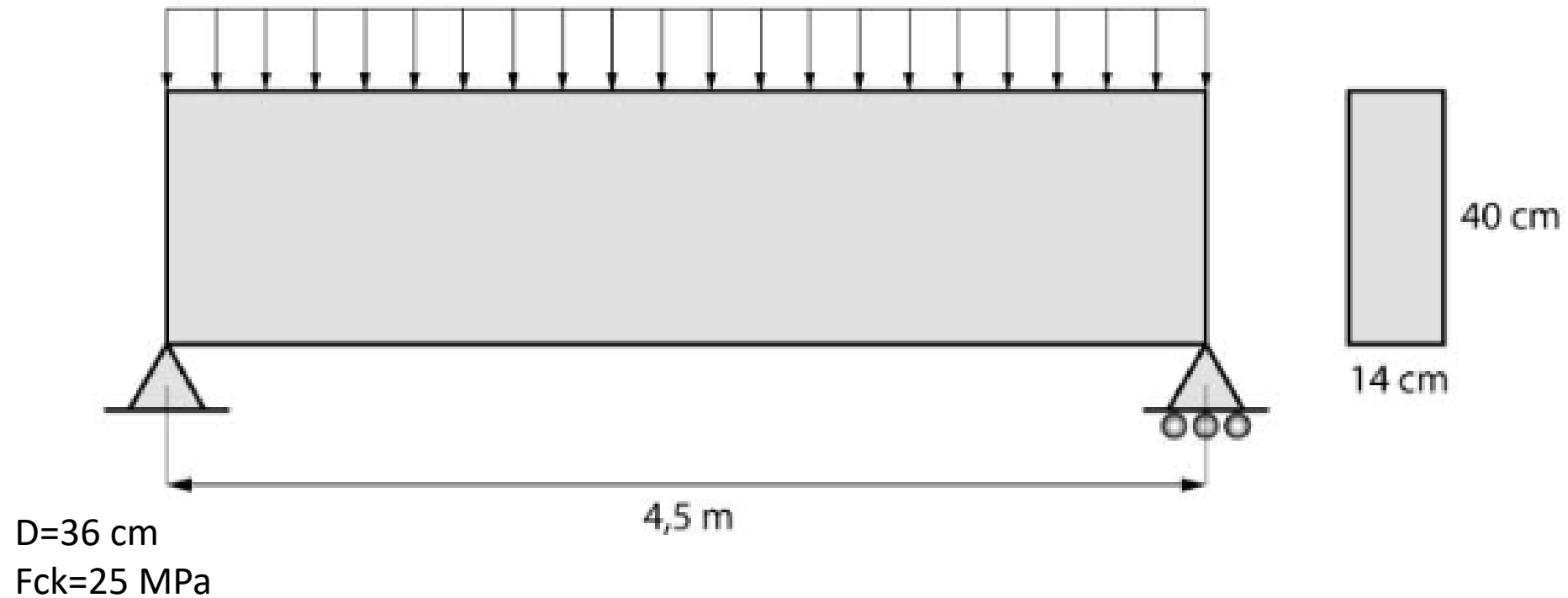
Área de aço da seção conforme espaçamento – $A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]						
Espaçamento (cm)	ϕ diâmetro (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
7,5	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67	26,67
10,0	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50	20,00
12,5	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00	16,00
15,0	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33	13,33
17,5	1,14	1,80	2,86	4,57	7,14	11,43
20,0	1,00	1,58	2,50	4,00	6,25	10,00
22,5	0,89	1,40	2,22	3,56	5,56	8,89
25,0	0,80	1,26	2,00	3,20	5,00	8,00
27,5	0,73	1,15	1,82	2,91	4,55	7,27
30,0	0,67	1,05	1,67	2,67	4,17	6,67



# Exemplo (usando Modelo I)

---

$q=30\text{kN/m}$

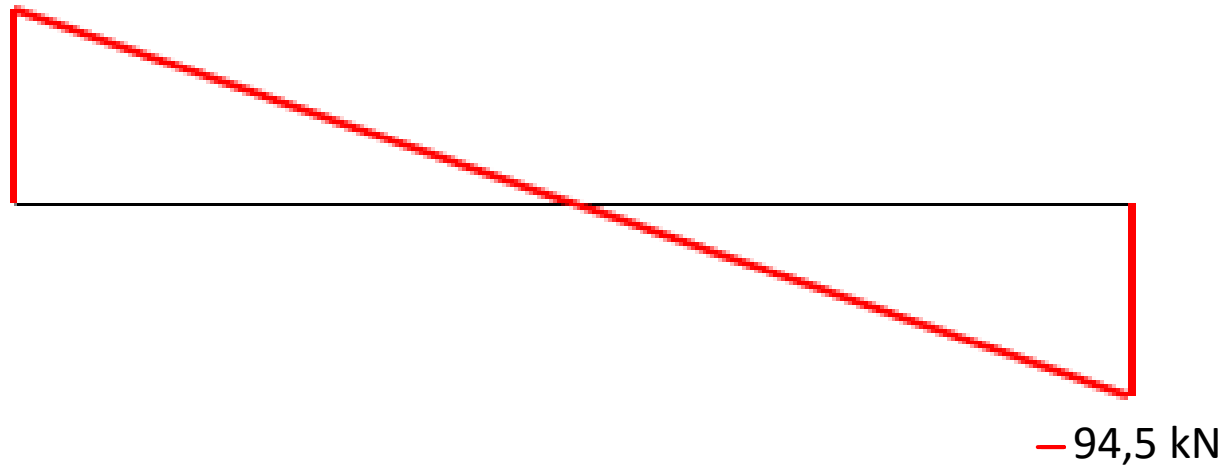


# Resolução

---

## 1. Determinar o cortante de projeto

94,5kN



$$V_{sd} = \gamma_c * V_{sk}$$

$$V_{sd} = \gamma_c * \frac{q * l}{2}$$

$$V_{sd} = 1,4 * \frac{30 * 4,5}{2}$$

$$V_{sd} = 94,5 \text{ kN}$$

# Resolução

2. verificar se a biela comprimida de concreto será esmagada

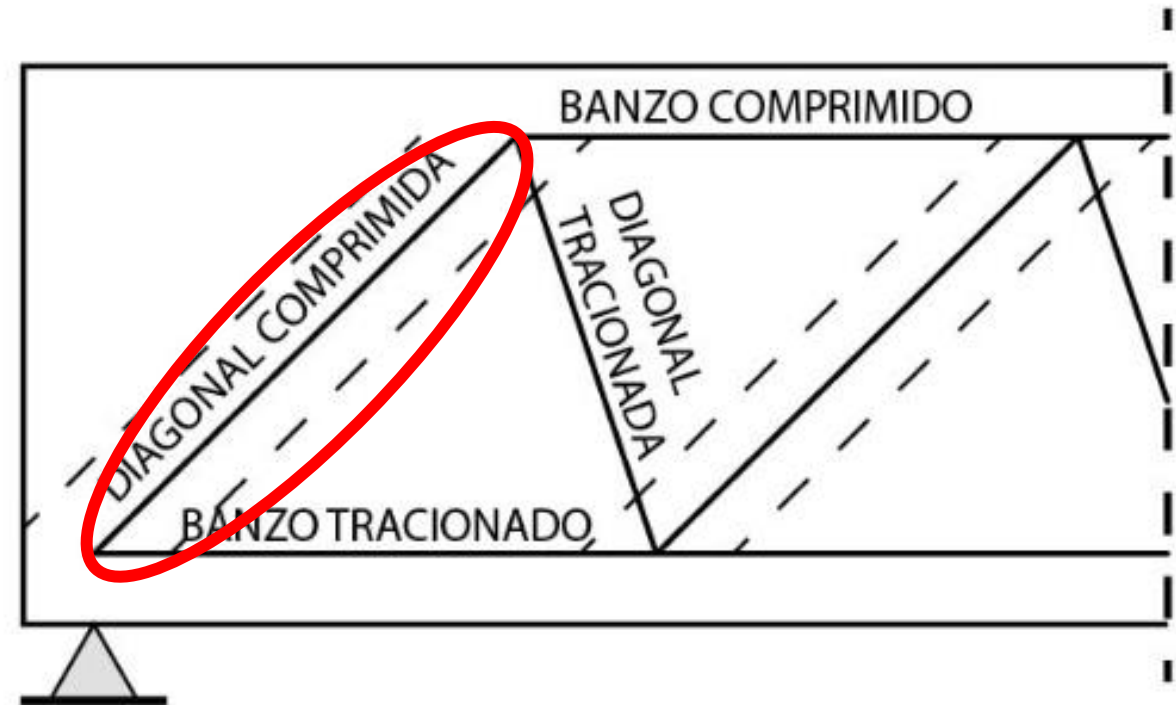
$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d$$

$$V_{Rd2} = 0,27 * \left(1 - \frac{25}{250}\right) * \left(\frac{2,5}{1,4}\right) * 14 * 36$$

$$V_{Rd2} = 218,7 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} = 218,7 \text{ kN} > V_{sd} = 94,5 \text{ kN}$$

Nossa biela comprimida não será esmagada de ao cortante



# Resolução

---

## 3. Determinar a parcela do cortante que será absorvida pelo concreto

$$f_{ctd} = 0,15 * f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctd} = 0,15 * 25^{2/3}$$

$$f_{ctd} = 1,28 \text{ MPa}$$

$$V_c = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d$$

$$V_c = 0,6 * \left(\frac{1,28}{10}\right) * 14 * 36$$

$$V_c = 38,71 \text{ kN}$$

# Resolução

---

## 4. Parcela do cortante que deve ser absorvido pelo estribo

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

$$V_{sw} = 94,5 - 38,71$$

$$V_{sw} = 55,79 \text{ kN}$$

# Resolução

---

## 5. Determinação da área de aço do estribo

$$A_{sw} = \frac{111 * V_{sw}}{d * f_{ywd}}$$

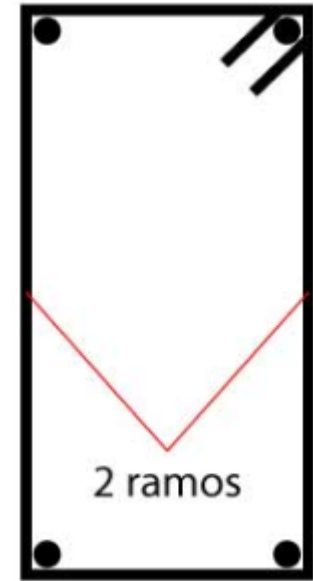
$$A_{sw} = \frac{111 * 55,79}{36 * \left(\frac{50}{1,15}\right)}$$

$A_{sw} = 3,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$  (área de aço de dois ramos de um estribo simples)

área de aço de um ramo de um estribo simples é:

$$A_{sw \text{ de } 1 \text{ ramo}} = 3,95 / 2$$

$$A_{sw \text{ de } 1 \text{ ramo}} = 1,975 \text{ cm}^2 / \text{m}$$



# Resolução

## 6. escolha do diâmetro e espaçamento do estribo

Opções:

1. diâmetro 5 mm em aço CA60 a cada 10 cm

Numero de estribos ao longo da viga=  $450/10 = 45$  estribos

Massa=  $0,98 \text{ m} * 0,154 * 45 * 1,1 = 7,47 \text{ kg}$

2. diâmetro 6,3mm em aço CA50 a cada 15cm

Numero de estribos ao longo da viga=  $450/15 = 30$  estribos

Massa=  $0,98 \text{ m} * 0,245 * 30 * 1,1 = 7,92 \text{ kg}$

3. diâmetro 8mm em aço CA50 a cada 25cm

Numero de estribos ao longo da viga=  $450/25 = 18$  estribos

Massa=  $0,98 \text{ m} * 0,395 * 18 * 1,1 = 7,66 \text{ kg}$

Área de aço da seção conforme espaçamento – $A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]						
Espaçamento (cm)	ϕ diâmetro (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
7,5	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67	26,67
10,0	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50	20,00
12,5	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00	16,00
15,0	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33	13,33
17,5	1,14	1,80	2,86	4,57	7,14	11,43
20,0	1,00	1,58	2,50	4,00	6,25	10,00
22,5	0,89	1,40	2,22	3,56	5,56	8,89
25,0	0,80	1,26	2,00	3,20	5,00	8,00
27,5	0,73	1,15	1,82	2,91	4,55	7,27
30,0	0,67	1,05	1,67	2,67	4,17	6,67

# Roteiro de cálculo – modelo II

## 1. Determinar o cortante de projeto

$$V_{sd} = \gamma_c * V_{sk}$$

Para carregamento uniformemente distribuído:

$$V_{sd} = \gamma_c * \frac{q * l}{2}$$

carregamento uniformemente distribuído

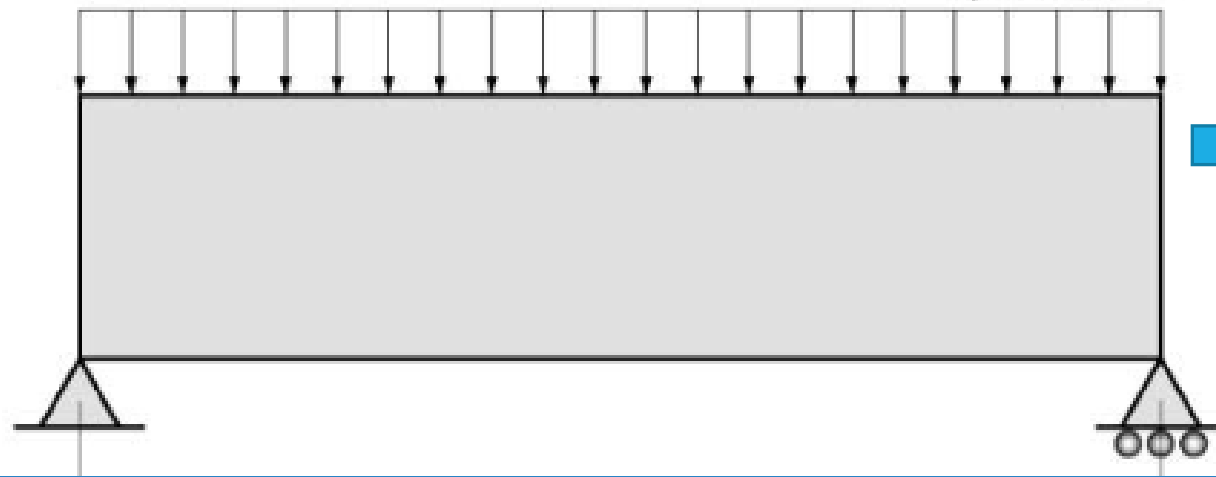
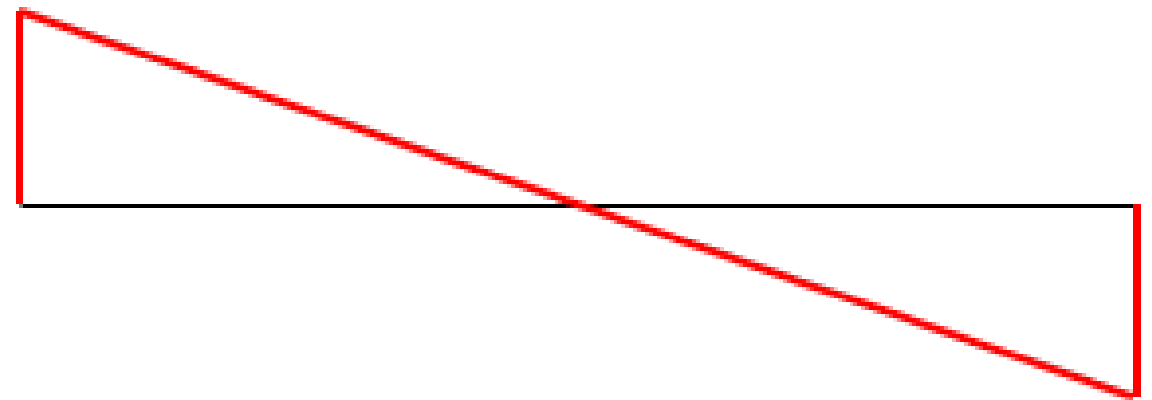


Diagrama de esforço cortante para uma viga com carregamento uniformemente distribuído



# Roteiro de cálculo – modelo II

2. verificar se a biela comprimida de concreto será esmagada

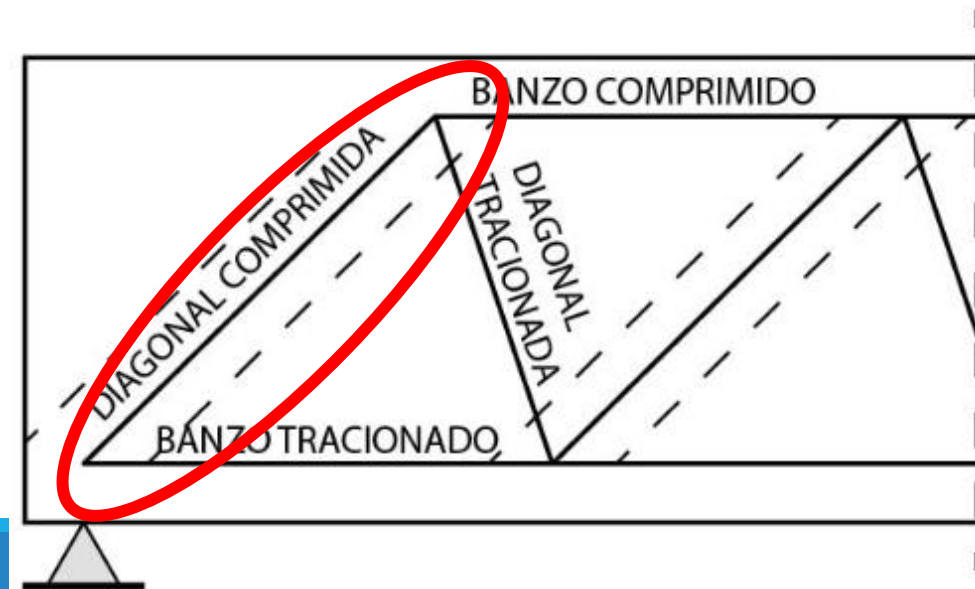
$$V_{Rd2} = 0,54 * \alpha_{v2} * f_{cd} * \cot \theta * (\sin \theta)^2 * b_w * d$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \text{ (fck em MPa)}$$

$$f_{cd} = f_{ck}/1,4$$

$\theta$  é o ângulo da biela comprimida e o banzo tracionado

O modelo pode ser usado considerando o da biela comprimida de concreto  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$



# Roteiro de cálculo – modelo II

2. verificar se a biela comprimida de concreto será esmagada

Se  $V_{Rd2} > V_{sd}$

→ A biela comprimida não será esmagada devido ao esforço cortante

Se  $V_{Rd2} < V_{sd}$

→ A biela comprimida será esmagada devido ao esforço cortante, sendo necessário, neste caso, redimensionar a viga



# Roteiro de cálculo – modelo II

---

## 3. Determinar a parcela do cortante que será absorvida pelo concreto

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d$$

$f_{ctd}$  resistência à tração de projeto

$$f_{ctd} = 0,15 * f_{ck}^{2/3}$$

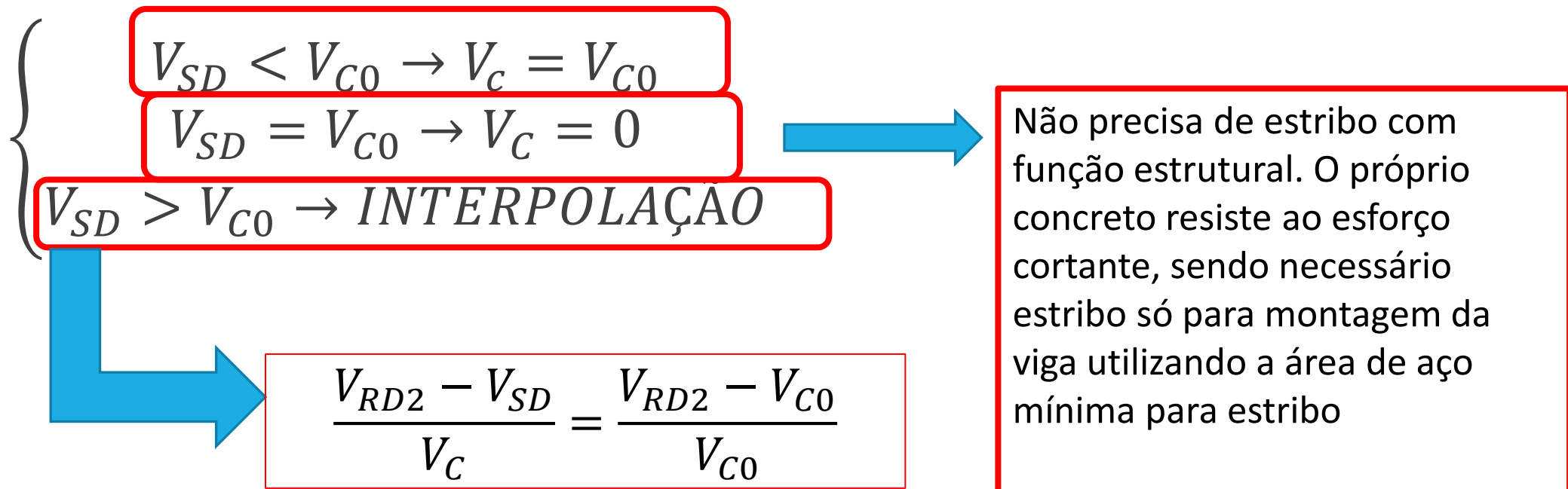
$f_{ck}$  é a resistência à compressão característica do concreto em MPa

$V_{c0}$  é a parcela do esforço cortante que será absorvida pelo concreto

$d$  é a altura útil da viga

# Roteiro de cálculo – modelo II

## 3. Determinar a parcela do cortante que será absorvida pelo concreto



# Roteiro de cálculo – modelo II

---

## 4. Parcela do cortante que deve ser absorvido pelo estribo

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

$V_{sw}$  Parcela do cortante que deve ser absorvido pelo estribo

→  $V_{sw} \leq 0$  → o concreto sozinho resiste ao cortante, sendo necessário estribo só para montagem da viga utilizando a área de aço mínima para estribo

→  $V_{sw} > 0$  → o concreto sozinho não resiste ao cortante, sendo necessário uso de estribo com função estrutural

# Roteiro de cálculo – modelo II

---

## 5. Determinação da área de aço do estribo

$$A_{sw} = \frac{111 * V_{sw}}{d * f_{ywd}}$$

$V_{sw}$  Parcela do cortante que deve ser absorvido pelo estribo

$d$  altura útil da viga

$A_{sw}$  área de aço de dois ramos de um estribo simples

Aços usados como estribos

→ CA60 →  $f_y = 60 \text{ kN/cm}^2$  ou 600 MPa

→ CA50 →  $f_y = 50 \text{ kN/cm}^2$  ou 500 MPa

$$f_{ywd} = f_y / 1,15$$

A norma restringe esse valor  $f_{ywd} = 435 \text{ MPa}$  ou  $43,5 \text{ kN/cm}^2$

# Roteiro de cálculo – modelo II

## 6. escolha do diâmetro e espaçamento do estribo

Menor espaçamento entre estribos ( $s$ )  
=7,5 cm

No entanto, por questões de execução, é sempre melhor usar espaçamentos iguais ou superiores a 10 cm

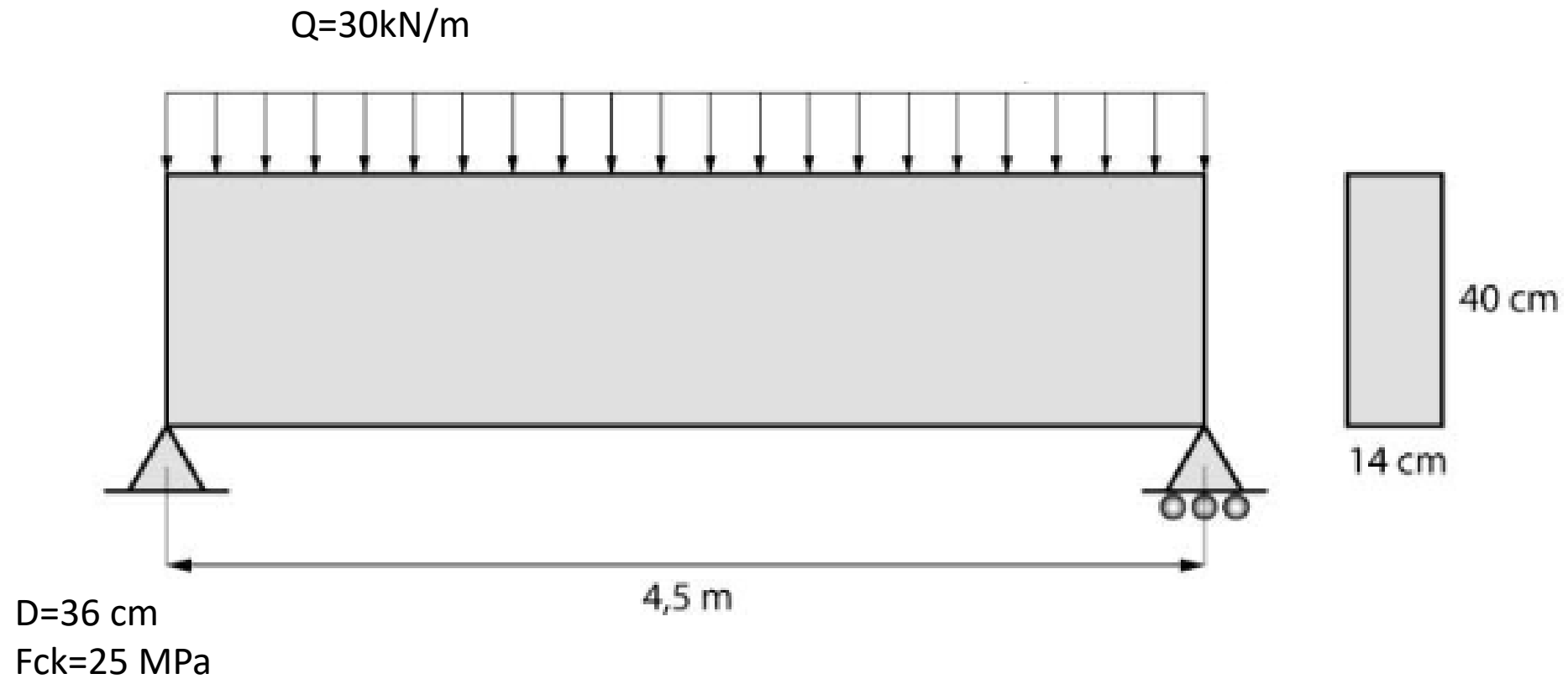
Espaçamento máximo entre estribos ( $s$ ) =  
30 cm

Número de estribos ao longo da viga=  $L/s$

Área de aço da seção conforme espaçamento – $A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]						
Espaçamento (cm)	ϕ diâmetro (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
7,5	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67	26,67
10,0	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50	20,00
12,5	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00	16,00
15,0	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33	13,33
17,5	1,14	1,80	2,86	4,57	7,14	11,43
20,0	1,00	1,58	2,50	4,00	6,25	10,00
22,5	0,89	1,40	2,22	3,56	5,56	8,89
25,0	0,80	1,26	2,00	3,20	5,00	8,00
27,5	0,73	1,15	1,82	2,91	4,55	7,27
30,0	0,67	1,05	1,67	2,67	4,17	6,67

# Exemplo (usando Modelo II)

---

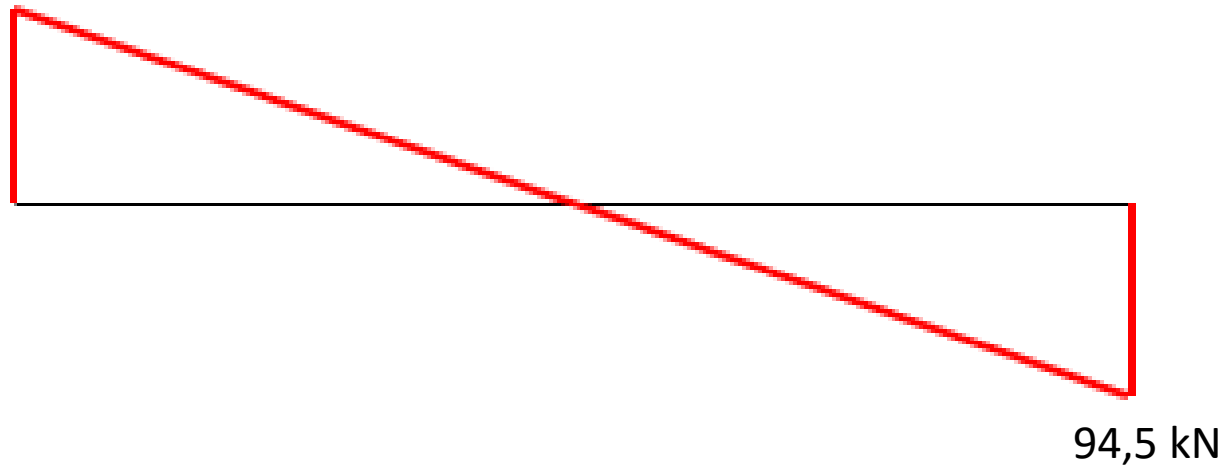


# Resolução

---

## 1. Determinar o cortante de projeto

94,5kN



$$V_{sd} = \gamma_c * V_{sk}$$

$$V_{sd} = \gamma_c * \frac{q * l}{2}$$

$$V_{sd} = 1,4 * \frac{30 * 4,5}{2}$$

$$V_{sd} = 94,5 \text{ kN}$$

# Resolução

---

2. verificar se a biela comprimida de concreto será esmagada

$$V_{Rd2} = 0,54 * \alpha_{V2} * f_{cd} * \cot \theta * (\sin \theta)^2 * b_w * d$$

adotando  $\theta=30^\circ$   $\cotg \hat{\text{ângulo}} = 1/\text{tg } \hat{\text{ângulo}}$

$$V_{Rd2} = 0,54 * \left(1 - \frac{25}{250}\right) * \left(\frac{2,5}{1,4}\right) * \cot 30^\circ * (\sin 30^\circ)^2 * 14 * 36$$

$$V_{Rd2} = 189,4 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} = 189,4 \text{ kN} > V_{sd} = 94,5 \text{ kN}$$

Nossa biela comprimida não será esmagada devido ao cortante

# Resolução

---

## 3. Determinar a parcela do cortante que será absorvida pelo concreto

$$f_{ctd} = 0,15 * f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctd} = 0,15 * 25^{2/3}$$

$$f_{ctd} = 1,28 \text{ MPa}$$

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d$$

$$V_{c0} = 0,6 * \left(\frac{1,28}{10}\right) * 14 * 36$$

$$V_{c0} = 38,71 \text{ kN}$$

$$V_{sd} = 94,5 \text{ kN} > V_{c0} = 38,71 \text{ kN}$$

→interpolação

# Resolução

---

## 3. Determinar a parcela do cortante que será absorvida pelo concreto

$$\frac{V_{RD2} - V_{SD}}{V_C} = \frac{V_{RD2} - V_{C0}}{V_{C0}}$$

$$\frac{189,4 - 94,5}{V_C} = \frac{189,4 - 38,71}{38,71}$$

$$V_C * (189,4 - 38,71) = 38,71 * (189,4 - 94,5)$$

$$V_C = (38,71 * \frac{(189,4 - 94,5)}{(189,4 - 38,71)})$$

$$V_C = 24,38 \text{ kN}$$

# Resolução

---

## 4. Parcela do cortante que deve ser absorvido pelo estribo

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

$$V_{sw} = 94,5 - 24,38$$

$$V_{sw} = 70,12 \text{ kN}$$

# Resolução

---

## 5. Determinação da área de aço do estribo

$$A_{sw} = \frac{111 * V_{sw}}{d * f_{ywd}}$$

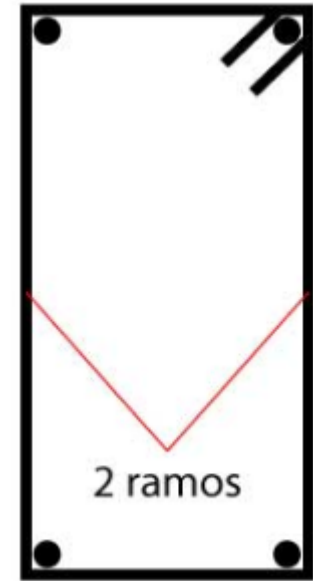
$$A_{sw} = \frac{111 * 70,12}{36 * \left(\frac{50}{1,15}\right)}$$

$A_{sw} = 4,97 \text{ cm}^2 / \text{m}$  (área de aço de dois ramos de um estribo simples)

área de aço de um ramo de um estribo simples é:

$$A_{sw \text{ de } 1 \text{ ramo}} = 4,97 / 2$$

$$A_{sw \text{ de } 1 \text{ ramo}} = 2,485 \text{ cm}^2 / \text{m}$$



# Resolução

## 6. escolha do diâmetro e espaçamento do estribo

Opções:

1. Diâmetro 5 mm em aço CA60 a cada 7,5cm

Numero de estribos ao longo da viga=  $450/7,50$   
=60 estribos

2. diâmetro 6,3mm em aço CA50 a cada 12,5cm

Numero de estribos ao longo da viga=  $450/12,5$   
=36 estribos

3. diâmetro 8mm em aço CA50 a cada 20cm

Numero de estribos ao longo da viga=  $450/20$  =23 estribos

Área de aço da seção conforme espaçamento – $A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]						
Espaçamento (cm)	ϕ diâmetro (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
7,5	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67	26,67
10,0	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50	20,00
12,5	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00	16,00
15,0	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33	13,33
17,5	1,14	1,80	2,86	4,57	7,14	11,43
20,0	1,00	1,58	2,50	4,00	6,25	10,00
22,5	0,89	1,40	2,22	3,56	5,56	8,89
25,0	0,80	1,26	2,00	3,20	5,00	8,00
27,5	0,73	1,15	1,82	2,91	4,55	7,27
30,0	0,67	1,05	1,67	2,67	4,17	6,67

# Exemplo 2

---

Dimensionar os estribos de uma viga biapoiada com as seguintes características:

$F_{ck}=30$  MPa

$V_{sk}=1300$  kN

$B_w=70$  cm

$d=200$  cm

CA50